

**2 SEM TDC STS G 1**

**2 0 1 3**

( May )

**STATISTICS**

( General )

Course : 201

**( Probability and Distribution )**

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

1. কেৱল এটা বা দুটা শব্দৰ ভিতৰত উত্তৰ কৰা :  $1 \times 8 = 8$

Write answer in *one or two* words only :

(a) যদি  $A$ ,  $B$  আৰু  $C$  তিনিটা ঘটনা হয়, কমেও এটা ঘটনা পোৱাৰ বাশিটো লিখা।

If  $A$ ,  $B$  and  $C$  are three events, write down the expression for the event that at least one occurs.

- (b) তিনিটা বগা আৰু দুটা ক'লা বল থকা এটা মোনাৰ পৰা এটা বগা বল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

What is the probability of getting one white ball out of 3 white and 2 black balls in a bag?

- (c) যদি  $X$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে  $|X|$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক হ'বনে?

If  $X$  is a random variable, then is  $|X|$  a random variable?

- (d) এটা যাদৃচ্ছিক চলক  $X$  ৰ গাণিতিক প্ৰত্যাশা পোৱা যায়, যদিহে  $\sum_{i=1}^{\infty} |p_i x_i| < \infty$ . উক্তিটো সত্যনে?

A random variable  $X$  has mathematical expectation only, if  $\sum_{i=1}^{\infty} |p_i x_i| < \infty$ . Is it true?

- (e) এটা যাদৃচ্ছিক চলক  $X$  ৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন যদি  $M_X(t)$  হয়, তেন্তে  $r$ তম আঘূৰ্ণ  $(\mu_r')$  ৰ মান লিখা।

If the moment generating function of a random variable  $X$  is  $M_X(t)$ , then write down the  $r$ th moment about origin  $(\mu_r')$ .

- (f) এটা দ্বিপদ বণ্টনৰ যদি মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ ক্ৰমে 6 আৰু 4 হয়, তেন্তে এটা সফলতা পোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

If mean and variance of a binomial distribution are 6 and 4 respectively, then what is the probability of getting a success?

- (g) প্ৰসিদ্ধ প্ৰকাশকৰ প্ৰকাশিত এখন কিতাপৰ প্ৰতিটো পৃষ্ঠাৰ ছপা ভুলৰ সংখ্যা  $X$  হয়, তেন্তে  $X$  য়ে অনুসৰণ কৰা সম্ভাৱিতা বণ্টনটোৰ নাম লিখা।

If  $X$  denotes the number of printing mistakes at each page of a book published by a reputed publisher, then write the name of the probability distribution that is followed by  $X$ .

- (h) যদি  $X$  য়ে মাধ্য  $\mu$  আৰু প্ৰসৰণ  $\sigma^2$ -যুক্ত প্ৰসামান্য বণ্টন মানি চলে, তেন্তে  $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  ৰ মাধ্য মান কিমান?

If  $X$  follows normal distribution with mean  $\mu$  and variance  $\sigma^2$ , then write down the mean value of  $z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ .

2. তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ চমুকৈ উত্তৰ কৰা : 4×4=16

Answer the following questions in brief :

- (a) সম্ভাৱিতাৰ পুৰাতন সূত্ৰটো লিখা। ইয়াৰ দুটা সীমাবদ্ধতা উল্লেখ কৰা।

Give classical definition of probability. State two limitations of it.

(b) দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

Find out the mean of binomial distribution.

(c) পয়চঁৰ বণ্টন প্ৰয়োগ কৰিব পৰা চাৰিটা অৱস্থা উল্লেখ কৰা।

Give four situations where Poisson distribution can be applied.

(d) এটা অবিচ্ছিন্ন চলকৰ সম্ভাৰিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ দুটা ধৰ্ম উল্লেখ কৰা।

Define probability density function of a continuous random variable. State its two properties.

3. (a) চৰ্তসাপেক্ষ সম্ভাৰিতাৰ সংজ্ঞা লিখা। যদি  $A$  আৰু  $B$  দুটা ঘটনা হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B / A) \quad 2+3=5$$

Define conditional probability. If  $A$  and  $B$  are two events, then prove that

$$P(AB) = P(A) P(B / A)$$

(b) এটা দলত 5 গৰাকী ছোৱালী আৰু 4 জন ল'ৰা আছে। আৰু অন্য এটা দলত 7 গৰাকী ছোৱালী আৰু 6 জন ল'ৰা আছে। এটা দল যাদৃচ্ছিকভাৱে বাচনি কৰি দুজনক বাচনি কৰা হ'ল। বাচনি কৰা দুয়োগৰাকী ছোৱালী হোৱাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা।

4

A group consists of 5 girls and 4 boys and another group consists of 7 girls and 6 boys. One group is selected at random and students are selected from it. Find the probability that both selected students are girl.

(c) বেইজৰ সূত্ৰটো লিখা।

দুটা মোনাত তলত দিয়া ধৰণে বল আছে:

1 নং মোনা : 3টা বগা আৰু 4টা ক'লা বল

2 নং মোনা : 5টা বগা আৰু 3টা ক'লা বল

যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা মোনা বাচনি কৰি এটা বল লোৱা হ'ল। যদি বাচনি কৰা বলটো বগা হয়, তেন্তে উক্ত বলটো 1 নং মোনাৰ পৰা বাচনি হোৱাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা।

1+4=5

State Bayes' theorem.

Two bags have the following proportion of balls :

Bag 1 : 3 white and 4 black balls

Bag 2 : 5 white and 3 black balls

One of the bags is selected at random and one ball is drawn. If the drawn ball is turned out to be white, then find the probability that it comes from the bag 1.

4. (a) দুটা যাদৃচ্ছিক চলকৰ ক্ষেত্ৰত গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ যোগসূত্ৰটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। যদি চলক দুটাৰ মানৰ সংখ্যা অসীম হয়, তেন্তে উক্ত সূত্ৰটো সদায় শুদ্ধ হ'বনে? 5+1=6

State and prove the additive law of mathematical expectation for two random variables. If the two variables assume an infinite number of values, does the law always hold good?

- (b) যদি  $X$  এটা যাদৃচ্ছিক চলক হয়, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$$

য'ত  $a$  আৰু  $b$  দুটা ধ্ৰুৱক।

If  $X$  is a random variable, prove that

$$\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$$

where  $a$  and  $b$  are two constants.

5. (a) এটা যাদৃচ্ছিক চলক  $x$  য়ে তলৰ ঘনত্ব ফলনটো মানি চলে :

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} ; 0 < x < 1$$

$$= 0 ; \text{ অন্যথা}$$

বৰ্ণনটোৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ পৰা  $x$  ৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4+2+2=8

A random variable  $x$  has following density function :

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} ; 0 < x < 1$$

$$= 0 ; \text{ otherwise}$$

Obtain the moment generating function and hence find out the mean and variance of  $x$ .

অথবা / Or

- (b) এটা যাদৃচ্ছিক চলক  $x$  ৰ সম্ভাৰিতা বৰ্ণন তলত দিয়া ধৰণৰ :

A random variable  $x$  has the following probability distribution :

$x$ ৰ মান	0	1	2	3	4	5	6	7
Value of $x$	0	1	2	3	4	5	6	7
$p(x)$	0	$k$	$2k$	$2k$	$3k$	$k^2$	$2k^2$	$7k^2 + k$

- (i)  $k$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find  $k$ .

- (ii)  $P(X < 6)$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

Find  $P(X < 6)$ .

- (iii)  $E(X)$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 3+2+3=8

Find  $E(X)$ .

6. (a) চৰ্তসমূহ স্পষ্টকৈ উল্লেখ কৰি দ্বিপদ বৰ্ণনৰ পৰা পয়চ'ৰ বৰ্ণন নিৰ্ণয় কৰা। 3+5=8

Derive Poisson distribution from binomial distribution, clearly mentioning the conditions involved.

- (b) (i) চেবাইচেভৰ অসমতাটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা।

2+4=6

State and prove Chebyshev's inequality.

অথবা / Or

- (ii) কেন্দ্ৰীয় সীমা প্ৰমেয়টো লিখা। কেন্দ্ৰীয় সীমা প্ৰমেয়ৰ প্ৰয়োগ সম্পৰ্কে লিখা।

2+4=6

State central limit theorem. Write some applications of central limit theorem.

7. (a) যাদৃচ্ছিক চলক  $X$  আৰু  $Y$  ৰ যৌথ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন আৰু চৰ্ত সাপেক্ষ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2+2=4

Define joint probability density function and conditional probability density function of random variables  $X$  and  $Y$ .

- (b) তলৰ দ্বিচলকীয় বণ্টনটোৰ পৰা  $X$  আৰু  $Y$  ৰ প্ৰান্তিক বিভাজন নিৰ্ণয় কৰা :

3+3=6

Find the marginal distributions of  $X$  and  $Y$  from the following distribution :

$X \rightarrow$ $Y \downarrow$	-1	0	1
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
1	$\frac{3}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
2	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$

\*\*\*