

2012

(May)

STATISTICS

(General)

Course : 201

(Probability and Distribution)

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

1. খালী ঠাই পূৰ কৰা : 1×4=4

Fill in the blanks :

(a) দুটা ঘটনা A আৰু B পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত হয়, যদি
 $P(A \cap B) = \text{---}$.

Two events A and B are mutually
exclusive, if $P(A \cap B) = \text{---}$.

(b) দ্বিপদ বণ্টনৰ মাধ্য হৈছে --- ।

The mean of binomial distribution is --- .

- (c) যদি দুটা স্বতন্ত্র বিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলক X আৰু Y ৰ প্ৰান্তিক সম্ভাৱিতা ফলন $P_1(x)$ আৰু $P_2(y)$ হয়, তেন্তে সিহঁতৰ যৌথ সম্ভাৱিতা ফলন $P(x, y) = \text{---}$.

If $P_1(x)$ and $P_2(y)$ be the marginal probability functions of two independent discrete random variables X and Y , then their joint probability function $P(x, y) = \text{---}$.

- (d) $\text{var}(X + C) = \text{---}$ য'ত C হ'ল এটা ধ্ৰুৱক।
 $\text{var}(X + C) = \text{---}$, where C is a constant.

2. শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লিখা :

1×4=4

State whether True or False :

- (a) পয়ট বৰ্টনৰ মাধ্য 2 আৰু প্ৰসৰণ 3.

Mean of Poisson distribution is 2 and variance is 3.

- (b) $f(x) = x; x = \frac{1}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$; এটা সম্ভাৱিতা ভৰ ফলন।

$f(x) = x; x = \frac{1}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$; is a probability mass function.

- (c) ঘটনা B দিয়া থাকিলে ঘটনা A ৰ চৰ্তসাপেক্ষ সম্ভাৱিতা সদায় ঘটনা $P(A)$ ৰ সম্ভাৱিতাতকৈ ডাঙৰ অৰ্থাৎ $P(A|B) > P(A)$.

The conditional probability of A , given B , is always greater than $P(A)$, i.e., $P(A|B) > P(A)$.

- (d) যদি X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্র যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে $\text{cov}(X, Y) = 0$.

If X and Y are two independent random variables, then $\text{cov}(X, Y) = 0$.

3. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

4×4=16

Answer the following questions :

- (a) প্ৰতিদৰ্শ সমষ্টি বুলিলে কি বুজা? ৰঙা (R), নীলা (B), হালধীয়া (Y) আৰু বগা (W) ৰঙৰ 4টা বল থকা এটা পাত্ৰৰ পৰা 2টা বল অনাৰ প্ৰতিদৰ্শ সমষ্টিটো লিখা।

What do you mean by sample space? Write down the sample space for drawing 2 balls from an urn containing 4 balls of different colours red (R), blue (B), yellow (Y) and white (W).

- (b) এটা দ্বিপদ বৰ্টনৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ ক্ৰমে 4 আৰু 2. দুটা সফলতাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

The mean and variance of a binomial distribution are 4 and 2 respectively. Find the probability of two successes.

- (c) বিভাজন ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা। ইয়াৰ ধৰ্মসমূহ লিখা।

Define distribution function. State its properties.

- (d) সংজ্ঞা লিখা—যৌথ সম্ভাৱিতা বিভাজন আৰু প্ৰান্তিক সম্ভাৱিতা বিভাজন।

Define joint probability distribution and marginal probability distribution.

4. (a) পয়চ বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। পয়চ বণ্টনক কিয় বিবল ঘটনাৰ সম্ভাৰিতা বণ্টন বুলি কোৱা হয়? $1+1=2$

Define Poisson distribution. Why is Poisson distribution also known as probability distribution of rare events?

- (b) পয়চ বণ্টনৰ গড় আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। $2+3=5$

Find mean and variance of Poisson distribution.

অথবা / Or

- (c) এখন কিতাপত যদি প্ৰতি পৃষ্ঠাত গড় ভুলৰ সংখ্যা 3 হয়, এখন পৃষ্ঠাত 5টাতকৈ অধিক ভুল থকাৰ সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা। ($e^{-3} = 0.0498$)

The average number of printing mistakes per page in a book is 3. Find the probability that a page contains more than 5 printing mistakes. ($e^{-3} = 0.0498$)

5. আঘূৰ্ণজনক ফলনৰ সংজ্ঞা লিখা। প্ৰমাণ কৰা যে দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ যোগফলৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন চলকেইটাৰ আঘূৰ্ণজনক ফলনৰ পূৰণফলৰ সমান। $2+5=7$

Define moment-generating function. Prove that the moment-generating function of the sum of two independent random variables is equal to the product of their respective moment-generating functions.

6. (a) সম্ভাৰিতাৰ গাণিতিক বা পুৰাতন আৰু পৰিসাংখ্যিকীয় বা আনুভৱিক সংজ্ঞা লিখা আৰু ইহঁতৰ সীমাবদ্ধতা উল্লেখ কৰা। 5

Give the classical or mathematical and empirical or statistical definitions of probability and state their limitations.

- (b) 3 জন পুৰুষ, 2 গৰাকী মহিলা আৰু 4টা ল'ৰা-ছোৱালী থকা এটা গোটৰ পৰা 4জনক যাদৃচ্ছিকভাৱে বাছনি কৰা হ'ল। সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা যে বাছনি কৰা গোটটোত 2টা ল'ৰা-ছোৱালী থাকিব। 5

Four persons are selected at random from a group containing 3 men, 2 women and 4 children. Find the probability that exactly 2 of them will be children.

7. বেইজৰ নীতিটো লিখা আৰু প্ৰমাণ কৰা। 6
State and prove Bayes' theorem.

8. (a) গাণিতিক প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা লিখা। যদি X আৰু Y দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক হয়, প্ৰমাণ কৰা যে $E(XY) = E(X)E(Y)$. $1+3=4$

Define mathematical expectation. If X and Y are two independent random variables, prove that $E(XY) = E(X)E(Y)$.

(6)

- (b) যদি বেডিঅ'ৰ মাহিলী চাহিদা তলত দিয়া সম্ভাৱিতা বণ্টন অনুগামী হয়, তেন্তে বেডিঅ'ৰ প্ৰত্যাশিত চাহিদা নিৰ্ণয় কৰা : 3

The monthly demand for transistor is known to have the following probability distribution. Determine the expected demand for transistor :

চাহিদা	:	1	2	3	4	5
Demand						
সম্ভাৱিতা	:	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
Probability						

9. (a) চৰঘাতাংকীয় বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন উলিওৱা আৰু তাৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 7
- Define exponential distribution. Obtain its moment-generating function and hence find its mean and variance.

অথবা /Or

- (b) চেবাইচেভৰ অসমতা সূত্ৰটো লিখা। দুটা অনভিনত পাশা উৎক্ষেপণ কৰা হৈছে। যদি X য়ে ওপৰসুৰা সংখ্যা দুটাৰ যোগফল হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $P(|X - 7| \geq 3) \leq \frac{35}{54}$. 2+5=7
- Write Chebyshev's inequality. Two unbiased dice are thrown. If X is the sum of the numbers showing up, prove that $P(|X - 7| \geq 3) \leq \frac{35}{54}$.

12MP-600/77

(Continued)

(7)

10. (a) দুটা যাদুচ্ছিক চলক X আৰু Y ৰ যৌথ সম্ভাৱিতা বিভাজন তলত দিয়া ধৰণৰ। X আৰু Y ৰ প্ৰান্তিক বিভাজন নিৰ্ণয় কৰা : 3+3=6

The joint probability distribution of two random variables X and Y is given below. Find the marginal distribution of X and Y :

$Y \backslash X$	1	2	3
1	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	0
3	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$

অথবা /Or

- (b) সম্ভাৱিতা চলক X ৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{1}{18}(3 + 2x), & 2 < x < 4 \\ 0, & x \geq 4 \end{cases}$$

নিৰ্ণয় কৰা :

- (i) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ (ii) $P(2 < X < 3)$ 6

The probability density function of the random variable X is

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{1}{18}(3 + 2x), & 2 < x < 4 \\ 0, & x \geq 4 \end{cases}$$

Determine :

- (i) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ (ii) $P(2 < X < 3)$

12MP-600/77

(Turn Over)

11. কি কি চৰ্তত দ্বিপদ বৰ্ণনৰ পৰা প্ৰসামান্য বৰ্ণন পাব পাৰি? মানক প্ৰসামান্য বৰ্ণনৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলনটো লিখা। প্ৰসামান্য বৰ্ণনৰ ধৰ্মসমূহ উল্লেখ কৰা। $2+1+3=6$

Under what conditions does the binomial distribution tend to the normal distribution? Write the probability density function of standard normal distribution. State the properties of normal distribution.
