

2016

GROUP—B

[(a) Discrete Mathematics
(b) Metric Space]

(a) Discrete Mathematics

(Marks : 45)

1. (a) $\neg(\neg P \wedge Q)$ উক্তিটোৰ অস্বীকাৰ কৰা উক্তিটো লিখা। 1
Write the denial of $\neg(\neg P \wedge Q)$.
- (b) $P \leftrightarrow Q$ ব সত্যতা নিৰূপণ সাৰণি প্ৰস্তুত কৰা। 2
Prepare the truth table for $P \leftrightarrow Q$.
- (c) প্ৰতীক চিহ্নৰ সৈতে বাক্য সংযোজকবোৰ তালিকাভুক্ত কৰা। 2
List the sentential connectives with their symbols.
- (d) গাণিতিক প্ৰতিকল্প ব্যৱহাৰ কৰি, দেখুওৱা যে 2
Using arithmetic representation, show that
 $\models p \vee \neg p$
- (e) প্ৰমাণ কৰা 3
Prove that
 $\models A \leftrightarrow B \text{ iff } A \text{ eq } B$

2. (a) তলৰ যুক্তিৰ সার্থকতা নিৰূপণ কৰা : 5
Determine the validity of the following argument :

$$p \rightarrow \neg q, r \rightarrow q, r \models \neg p$$

- (b) কন্ট্ৰাডিক্শন বুলিলে কি বুজা ? এটা উদাহৰণ দিয়া । 2
What do you mean by contradiction?
Give one example.

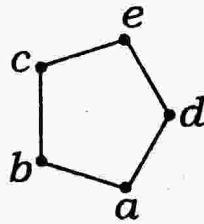
3. (a) শুদ্ধ অথবা অশুদ্ধ লিখা : 1+1=2
Write True or False :

(i) প্রত্যেকটো চেইন এটা লেটিছ ।
Every chain is a lattice.

(ii) $(\mathcal{P}\{a, b, c\}, \subseteq)$ আৰু $(D_{30}, ||)$ লেটিছ দুটা
আইছ'মৰ্ফিক ।
The two lattices $(\mathcal{P}\{a, b, c\}, \subseteq)$ and
 $(D_{30}, ||)$ are isomorphic.

- (b) লেটিছৰ বীজগণিতীয় ব্যৱস্থা হিচাপে সংজ্ঞা দিয়া । 2
Define lattice as an algebraic system.

- (c) উপযুক্ত কাৰণ দৰ্শাই তলত দিয়া লেটিছটো পৰিপূৰক
বিশিষ্ট লেটিছ হয় নে নহয় নিৰূপণ কৰা :
Determine with proper reason whether
the following lattice is complemented or
not :



এইটো এটা বিভাজক লেটিছ হ'ব নে ?
Is it a distributive lattice?

3+1=4

(d) সাব-লেটিচৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2

Define sub-lattice.

4. (a) চাৰিটা উপাদান থকা বুলিয়ান এলজেব্ৰাৰ 'হেষ্' চিত্ৰ অংকন কৰা।

3

Draw the Hasse diagram of a Boolean algebra with four elements.

(b) ধৰা B এটা বুলিয়ান এলজেব্ৰা আৰু $a, b \in B$. প্রমাণ কৰা যে $a \cdot (a' + b) = a \cdot b$.

3

Let B be a Boolean algebra and $a, b \in B$. Prove that $a \cdot (a' + b) = a \cdot b$.

(c) তিনিটা চলক x, y, z ৰ সকলো মিন্টাৰ্মবোৰ লিখা।

2

Write all the minterms of three variables x, y, z .

(d) তলৰ বুলিয়ান বাশিৰ পূৰণফলৰ সমষ্টিৰ কেন'নিকেল ৰূপ নিৰ্ণয় কৰা :

4

Obtain the sum-of-products in canonical form of the following Boolean expression :

$$(x_1 + x_2) x_3$$

(e) কাৰণ'-চিত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি তলত দিয়া বুলিয়ান ফলনক ক্ষুদ্ৰতম পূৰণফলৰ সমষ্টি হিচাপে প্ৰকাশ কৰা :

3

Find a minimal sum of products representation of the following Boolean function using Karnaugh map :

$$abc\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$$

(f) যদি B এটা বুলিয়ান এল্জেব্রা হয় আৰু $a \in B$, তেন্তে
 প্রমাণ কৰা $S = \{0, a, a', 1\}$, B ৰ এটা বুলিয়ান
 সাব-এল্জেব্রা হ'ব।

3

If B is a Boolean algebra and $a \in B$, then
 prove that $S = \{0, a, a', 1\}$ is a Boolean
 subalgebra of B .

(b) Metric Space

(Marks : 35)

5. (a) এটা অশূন্য সংহতি X ত ডিছক্ৰিট মেট্ৰিকৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2
 Define the discrete metric on a non-
 empty set X .

(b) এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰৰ এটা উপসমষ্টিত থকা এটা বিন্দুক
 কেতিয়া বিচ্ছিন্ন বিন্দু (isolated point) বুলি কোৱা
 হয়? 2

When a point is said to be an isolated
 point of a subset in a metric space?

(c) এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰত এটা উপসমষ্টিৰ ব্যাস বুলিলে কি
 বুজা? যদি বাস্তৱ সংখ্যাৰ সংহতি \mathbb{R} ত মেট্ৰিক d বৰ্ণনা
 কৰা হয়, তলত দিয়া ধৰণে

$$d(x, y) = |x - y|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

তেন্তে \mathbb{R} ৰ উপসমষ্টি $A = [0, 2]$ ৰ ব্যাস নিৰ্ণয় কৰা। $1+1=2$

What do you understand by diameter of
 a subset of a metric space? If d is metric
 defined on \mathbb{R} as

$$d(x, y) = |x - y|, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

then find the diameter of the subset
 $A = [0, 2]$ of \mathbb{R} .

(d) প্রমাণ কৰা যে, মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰত যি কোনো মুক্ত গোলক এটা মুক্ত সমষ্টি।

4

Prove that in a metric space, each open sphere is an open set.

(e) প্রমাণ কৰা যে মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰত এটা উপসংহতি বন্ধ হ'ব যদি আৰু যদিহে ইয়াৰ পূৰ্বক মুক্ত।

5

Prove that in a metric space, a subset is closed if and only if its complement is open.

6. (a) শুদ্ধ অথবা অশুদ্ধ লিখা :

1

Write True or False :

প্রচলিত মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ \mathbb{R} ত পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি Q এটা নিবিড় সংহতি।

The set Q of rationals is dense in the usual metric space \mathbb{R} .

(b) এটা উদাহৰণৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1+1=2

Define complete metric space with an example.

(c) প্রমাণ কৰা যে, যি কোনো মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰত প্রতিটো অভিসাৰী অনুক্রমেই ক'ছি অনুক্রম। ইয়াৰ বিপৰীত সিদ্ধান্তটো সত্য নে?

2+1=3

Prove that every convergent sequence in a metric space is a Cauchy sequence. Is the converse true?

(d) প্রমাণ কৰা :

Prove that :

ধৰি লওঁ, সম্পূৰ্ণ মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ X ৰ Y এটা উপক্ষেত্ৰ। উপক্ষেত্ৰ Y ক সম্পূৰ্ণ মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ বোলা হয়, যদি আৰু যদিহে ই এটা বন্ধ-সমষ্টি হয়।

Let X be a complete metric space and Y be a subspace of X . Then Y is complete if and only if it is closed.

7. (a) এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰৰ পৰা আন এটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰলৈ বৰ্ণনা কৰা ফলন এটাক কেতিয়া অনৱচ্ছিন্ন ফলন বোলা হয়? 2

When is a mapping of one metric space to another metric space said to be continuous?

(b) ধৰি লওঁ X আৰু Y দুটা মেট্ৰিক ক্ষেত্ৰ। প্রমাণ কৰা Y ত X ৰ ফলন f ক অনৱচ্ছিন্ন বোলা হয়, যদি আৰু যদিহে সমষ্টি Y ত G খোলা হয়, তেন্তে সমষ্টি X তো $f^{-1}(G)$ খোলা। 6

Let X and Y be two metric spaces. Prove that a mapping f of X into Y is continuous if and only if $f^{-1}(G)$ is open in X whenever G is open in Y .