

2016

(May)

MATHEMATICS

(General)

Course : 601

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

GROUP—A

- [(a) Abstract Algebra
(b) Elementary Statistics]

(a) Abstract Algebra

(Marks : 45)

1. (a) পৰিমেয় সংখ্যাৰ পূৰ্ণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে পৰিমেয় সংখ্যাৰ সংহতি Q এটা গ্ৰুপ হয় নে? তোমাৰ উত্তৰৰ কাৰণ দৰ্শোৱা।

1+1=2

Does the set Q of all rational numbers form a group under the operation of multiplication of rational numbers? Give reasons to your answer.

(b) যি কোনো গ্রুপ G ৰ বাবে প্রমাণ কৰা যে

In any group G , prove that

$$(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}, \quad \forall a, b \in G$$

2

(c) অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি Z ত $*$ এটা দ্বিবিচাৰ প্ৰক্ৰিয়া য'ত $a*b = a+b+1, \forall a, b \in Z$. $*$ ৰ সাপেক্ষে Z ৰ অভেদ উপাদান নিৰ্ণয় কৰা।

2

In the set Z of integers, the binary operation $*$ is defined as $a*b = a+b+1, \forall a, b \in Z$. Find the identity element in Z w.r.t. $*$.

(d) যদি G এটা n কোটি বিশিষ্ট সসীম গ্রুপ হয় আৰু $a \in G$, তেন্তে প্রমাণ কৰা $a^n = e$ য'ত e , G ৰ একক উপাদান।

3

If G is a finite group of order n and $a \in G$, then prove that $a^n = e$, where e is the identity element in G .

(e) প্রমাণ কৰা যে, মৌলিক কোটি বিশিষ্ট গ্রুপ সদায় চক্ৰীয় গ্রুপ।

3

Prove that every group of prime order is cyclic.

(f) উদাহৰণৰ সৈতে উপগ্রুপৰ সংজ্ঞা লিখা। দেখুওৱা যে, দুটা উপগ্রুপৰ মিলন এটা উপগ্রুপ নহ'বও পাৰে। $2+3=5$

Define subgroup with an example. Prove that the union of two subgroups is not necessarily a subgroup.

2. (a) দেখুওৱা যে, $f: Z \rightarrow E$ এটা আইছ'মৰ্ফিজম য'ত $f(x) = 2x, \forall x \in Z$, Z আৰু E যথাক্ৰমে যোগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ আৰু যুগ্ম সংখ্যাৰ গ্ৰুপ। 3

Show that the mapping $f: Z \rightarrow E$ defined by $f(x) = 2x, \forall x \in Z$ is an isomorphism where Z and E are the additive group of integers and even integers respectively.

- (b) যদি f , গ্ৰুপ G ৰ পৰা গ্ৰুপ G' ৰ ওপৰত হ'ম'মৰ্ফিজম হয় আৰু K , f ৰ কাৰ্ণেল হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে, f এটা আইছ'মৰ্ফিজম হ'ব যদি আৰু যদিহে $K = \{e\}$, য'ত e , G ৰ একক উপাদান। 5

If f is a homomorphism from a group G to a group G' with kernel K , then prove that f is an isomorphism if and only if $K = \{e\}$, where e is the identity element in G .

নাইবা / Or

কোশেণ্ট গ্ৰুপৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি $H = \{3x: x \in Z\}$ আৰু Z যোগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ গ্ৰুপ হয়, তেন্তে কোশেণ্ট গ্ৰুপ Z/H ৰ উপাদানবোৰ নিৰ্ণয় কৰা। 5

Define quotient group. Let Z be the additive group of integers and $H = \{3x: x \in Z\}$, then determine the elements of the quotient group Z/H .

3. (a) n মাত্রা বিশিষ্ট যুগ্ম বিন্যাসৰ গ্ৰুপৰ কোটি কিমান? 1

What is the order of the group of all even permutations of degree n ?

(b) কেলিৰ সূত্রটো লিখা। 2

State Cayley's theorem.

(c) যদি $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ আৰু $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ হয়,

তেনেহ'লে f আৰু g য়ে পূৰণৰ ক্ৰমবিনিময় বিধি সিদ্ধ কৰে নে পরীক্ষা কৰা। 3

If $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ and $g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, then

examine whether f and g satisfy commutative law of multiplication.

(d) প্রমাণ কৰা যে $a \rightarrow a^{-1}$, $a \in G$, গ্ৰুপ G ৰ এটা অট'মর্ফিজম হ'ব যদি আৰু যদিহে G এটা এবেলিয়ান গ্ৰুপ হয়। 4

Prove that $a \rightarrow a^{-1}$, $a \in G$ is an automorphism of a group G if and only if G is Abelian.

4. (a) ৰিং-ৰ শূন্য বিভাজক কি? অখণ্ড সংখ্যাৰ ৰিং Z ৰ শূন্য বিভাজক আছে নে? $1+1=2$

What is zero divisor of a ring? Does the ring of integers Z possess zero divisor?

- (b) দুটা উপবিং-ৰ ছেদনও এটা উপবিং—প্রমাণ কৰা। 3
Intersection of two subrings is a subring—prove it.

নাইবা / Or

- উদাহৰণৰ সৈতে বিং-ৰ আইডিয়েলৰ সংজ্ঞা দিয়া। 3
Define ideal of a ring with an example.

- (c) ফিল্ড আৰু ইন্টিগ্ৰেল ড'মেইনৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্রমাণ কৰা
যে প্রত্যেক ফিল্ড এটা ইন্টিগ্ৰেল ড'মেইন। 1+1+3=5
Define field and integral domain. Prove
that every field is an integral domain.

নাইবা / Or

যদি a আৰু b দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হয়, তেন্তে প্রমাণ
কৰা যে F এটা ফিল্ড য'ত দিয়া আছে

If a and b are two rational numbers,
then prove that F is a field where

$$F = \{1 + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\} \quad 5$$

(b) Elementary Statistics

(Marks : 35)

5. (a) সৰল ঘটনা আৰু যৌগিক ঘটনাৰ মাজত পাৰ্থক্য কি? 2
What is the difference between simple
event and composite event?

- (b) यादृच्छिकतारे लोरा एटा लिप्ट्इयेरत 53टा देओवार थकार संभारना किमान ? 3

What is the chance that a leap-year selected at random will contain 53 Sundays?

- (c) प्रमाण करा ये अशून्य छेदन विशिष्ट दुटा घटना A आरु B ब वारे

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A आरु B नमुना संगति S ब दुटा उपसंगति । 3

If A and B are any two events (subsets of sample spaces) and are not disjoint, then prove that

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- (d) प्रमाण करा ये योगात्तर संभारिता थका दुटा घटना A आरु B स्वतंत्र ह'व यदि आरु यदिहे—

Two events A and B with positive probabilities are independent if and only if—

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad 3$$

6. (a) वरुनर विसुार वुलिले कि वुजा ? 1

What do you understand by range of a distribution?

(b) দুটা ফাৰ্ম A আৰু B এ শ্ৰমিক সকলক দিয়া মাহিলি বেতনৰ বিশ্লেষণ তলত দিয়া ধৰণৰ :

	ফাৰ্ম A	ফাৰ্ম B
শ্ৰমিকৰ সংখ্যা	500	600
গড় দৈনিক মজুৰী	₹ 186.00	₹ 175.00
মজুৰীৰ বৰ্ণনৰ বিচলন	81	100

A আৰু B দুয়োটা ফাৰ্ম একেলগে লৈ সমূহ শ্ৰমিকৰ (i) দৈনিক গড় মজুৰী আৰু (ii) মজুৰী বৰ্ণনৰ বিচলন নিৰ্ণয় কৰা।

4

An analysis of monthly wages paid to the workers of two firms A and B belonging to the same industry gives the following results :

	Firm A	Firm B
Number of workers	500	600
Average daily wage	₹ 186.00	₹ 175.00
Variance of distribution of wages	81	100

Calculate (i) the average daily wage and (ii) the variance of the distribution of wages of all the workers in the firms A and B taken together.

7. (a) যদি চলক দুটা আনকোৰিলেটেড হয়, তেন্তে ৰিগ্ৰেছন ৰেখাৰ প্ৰকৃতি কি হ'ব, লিখা।

1

Write the nature of the lines of regression if the two variables are uncorrelated.

(b) শুদ্ধ অথবা অশুদ্ধ লিখা :

2

Write True or False :

(i) কোৰিলেছন সহগ বিগ্ৰেছন সহগৰ জ্যামিতিক মাধ্য।

Correlation coefficient is the geometric mean between the regression coefficients.

(ii) বিগ্ৰেছন সহগ মূলবিন্দুৰ পৰিবৰ্তন সাপেক্ষে স্বতন্ত্ৰ নহয় কিন্তু স্কেল সাপেক্ষে স্বতন্ত্ৰ।

Regression coefficients are not independent of the change of origin but of scale.

(c) প্রমাণ কৰা যে কোৰিলেছন সহগ মূলবিন্দু আৰু স্কেলৰ পৰিবৰ্তন সাপেক্ষে স্বতন্ত্ৰ।

4

Prove that correlation coefficient is independent of change of origin and scale.

8. (a) ছটা মুদ্রা 6400 বাৰ টছ কৰা হ'ল। পয়চন সম্ভাৰিতা বৰ্ণটন ব্যৱহাৰ কৰি ছটা মুণ্ড r বাৰ পোৱাৰ আনুমানিক সম্ভাৰিতা নিৰ্ণয় কৰা।

3

Six coins are tossed 6400 times. Using Poisson distribution, find the approximate probability of getting six heads r times.

(b) দহটা মুদ্রা একেলগে নিক্ষেপ কৰা হ'ল। কমেও সাতটা মুণ্ড পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা। 3

Ten coins are thrown simultaneously.
Find the probability of getting at least seven heads.

(c) সাধাৰণ সম্ভাৱিতা বক্ৰ নিৰ্দেশ কৰা সমীকৰণটো লিখা আৰু ইয়াৰ চাৰিটা ধৰ্ম উল্লেখ কৰা। 2+4=6

Write the equation for the normal probability curve and mention four properties of it.

www.prepnex.com