

2016

( November )

MATHEMATICS

( General )

Course : 501

[ (A) Analysis—II, (B) Mechanics ]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32 (Backlog) / 24 (2014 onwards)

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

**(A) Analysis—II ( Complex Analysis )**

( Marks : 35 )

1. (a) এটা জটিল ফলনৰ অনবচ্ছিন্নতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1  
Define continuity of a complex function.
- (b) ক্ৰীয়েল ৰূপত ক্চি-ৰাইমান সমীকৰণ লিখা। 1  
Write the Cauchy-Riemann equation in polar form.

(c) দেখুওৱা যে  $\frac{d\bar{z}}{dz}$  নবৰ্তে ।

4

Show that  $\frac{d\bar{z}}{dz}$  does not exist.

(d)  $u = \cos x \cosh y$  ৰ প্ৰসংবাদী সংযুগ্ম ফলন নিৰ্ণয় কৰা ।

4

Find the harmonic conjugate function of  $u = \cos x \cosh y$ .

অথবা / Or

দেখুওৱা যে ধ্ৰুৱক মান-বিশিষ্ট এটা বৈশ্লেষিক ফলন ধ্ৰুৱক ।

4

Show that an analytic function with constant modulus is constant.

2. (a) জৰ্ডান বক্ৰৰ সংজ্ঞা দিয়া ।

1

Define Jordan curve.

(b) বহুসংযোগিত ক্ষেত্ৰৰ ক্ৰিচৰ অনুকলন সূত্ৰ লিখা ।

2

State Cauchy's integral formula of multiconnected regions.

(c)  $|z-a|=r$  বৃত্তৰ পৰিক্ৰমত  $\int \frac{dz}{z-a}$  অনুকলনৰ মান

নিৰ্ণয় কৰা ।

3

Find the value of the integral  $\int \frac{dz}{z-a}$

round a circle  $|z-a|=r$ .

(d) কচিৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।

6

State and prove Cauchy's theorem.

অথবা / Or

সাধাৰণভাবে সংযুক্ত ক্ষেত্ৰ  $R$ ত  $C$  পৰিসীমাৰ ভিতৰত আৰু ওপৰত যদি ফলন  $f(z)$  বৈশ্লেষিক হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে

$$f'(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{(z-a)^2} dz$$

6

If  $f(z)$  is analytic inside and on the boundary  $C$  of simply-connected region  $R$ , then prove that

$$f'(a) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{f(z)}{(z-a)^2} dz$$

3. (a) ফলন  $f(z)$ ৰ অপ্ৰতিমতাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define singularity of a function  $f(z)$ .

(b) ফলন

$$f(z) = \frac{z^2 - a^2}{z - a} \text{ ৰ ধ্ৰুৱ লিখা।}$$

1

Write the pole of the function

$$f(z) = \frac{z^2 - a^2}{z - a}$$

(c)  $\sin \frac{1}{z}$  ফলনৰ অপ্ৰতিমতাৰ প্ৰকৃতি নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the nature of the singularity of the function  $\sin \frac{1}{z}$ .

(d)  $\frac{z^2}{z^2 + a^2}$  ফলনৰ  $z = ia$  বিন্দুত অৱশেষ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the residue of the function

$$\frac{z^2}{z^2 + a^2}$$

at  $z = ia$ .

(e) তলৰ যি কোনো এটা অনুকলনৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 6

Evaluate any one of the following integrals :

(i)  $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 2\theta \, d\theta}{5 + 4 \cos \theta}$

(ii)  $\int_0^{2\pi} e^{-\cos \theta} \cos(n\theta + \sin \theta) \, d\theta, n \in N$

## (B) Mechanics

( Marks : 45 )

### (a) Statics

4. (a) বেঞ্চৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2  
Define wrench.

(b) এটা পদ্ধতি সমঞ্জস্য হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত 2  
চৰ্ত লিখা।

Write the necessary and sufficient condition for a system to be equipollent.

(c) এডাল বেখাৰ সাপেক্ষে বল ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা। 6  
Find the moment of a force about a line.

অথবা / Or

দৃঢ় বস্তুৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰা বলৰ কেন্দ্ৰীয় অক্ষৰ 6  
সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equations of the central axis of forces acting on a rigid body.

5. (a) আভাসী কাৰ্যৰ সমীকৰণ গঠন কৰোতে বাদ দিব পৰা 1  
এটা বল উল্লেখ কৰা।

Write one force which can be omitted in forming the equation of virtual work.

(b) বজ্জুকা  $S = C \tan \psi$ ৰ যি কোনো বিন্দুত বক্রতা 1  
ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature at any point of a catenary  $S = C \tan \psi$ .

(c) আভাসী কাৰ্যৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2  
Define virtual work.

(d) সাধাৰণ বজ্জুকাৰ কাৰ্টেচিয়ান সমীকৰণ নিগমন কৰা। 6  
Derive the Cartesian equation of a common catenary.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে এডাল অবিক্ৰিয় টাৰৰ চাপৰ প্ৰভাৱত হোৱা  
আভাসী কাৰ্য শূন্য। 6

Show that the total virtual work done by tensions of an inextensible string is zero.

### (b) Dynamics

6. (a) সমতলীয় বক্রত গতি কৰা কোনো কণাৰ ত্বৰণৰ ব্যাসাৰ্ধীয়  
উপাংশ লিখা। 1

Write radial component of acceleration of a particle moving in a plane curve.

(b) সৰল আৱৰ্ত গতিৰ কম্পনাংকৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1  
Define frequency of a simple harmonic motion.

(c) সৰল আৱৰ্ত গতিৰ  $x = a \cos \sqrt{\mu} t$  সমীকৰণ প্ৰতিষ্ঠা  
কৰা। 6

Establish the equation  $x = a \cos \sqrt{\mu} t$  in a simple harmonic motion.

অথবা / Or

কোনো এক কণাৰ ব্যাসাৰ্ধ আৰু ইয়াৰ লম্ব দিশত স্থিৰ মূল বিন্দুৰ পৰা বেগৰ উপাংশ হ'ল  $\lambda r$  আৰু  $\mu\theta$ . কণাৰ গতিপথ, ত্বৰণৰ ব্যাসাৰ্ধীয় আৰু তিৰ্যক উপাংশ নিৰ্ণয় কৰা।

6

The velocity of a particle along and perpendicular to the radius from a fixed origin are  $\lambda r$  and  $\mu\theta$ . Find the path, radial acceleration and transverse acceleration of the particle.

7. (a) কেন্দ্ৰীয় বলৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define central force.

(b) কেন্দ্ৰীয় বলৰ সমীকৰণ প্রতিষ্ঠা কৰা।

6

Derive the equation of central forces.

অথবা / Or

যদি কেন্দ্ৰীয় বল কোনো স্থিৰ বিন্দুৰ পৰা বৰ্গৰ বিপৰীত হিচাবে পৰিৱৰ্তিত হয়, তেন্তে কক্ষ নিৰ্ণয় কৰা।

6

If the central force varies inversely as the square of the distance from a fixed point, then find the orbit.

8. (a)  $(x, y, z)$  বিন্দুত  $m$  ভৰৰ  $x$ -অক্ষ সাপেক্ষে জড়তা ভ্রামক লিখা।

1

Write the moment of inertia of mass  $m$  at the point  $(x, y, z)$  with respect to  $x$ -axis.

(b) জড়তা গুণফলৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2

Define product of inertia.

(c) সুষম ত্ৰিভুজাকাৰ ফলকৰ এডাল বাহুৰ সাপেক্ষে জড়তা  
ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা।

7

Find the moment of inertia of an uniform  
triangular lamina about one side.

অথবা / Or

জড়তা ভ্ৰামকৰ লম্ব অক্ষৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ  
কৰা।

7

State and prove the theorem of  
perpendicular axes of moment.

\*\*\*