

5 SEM TDC MTH G 1

2 0 1 5

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 501

[(A) Analysis—II, (B) Mechanics]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

(A) Analysis—II (Complex Analysis)

(Marks : 35)

1. (a) এটা জটিল ফলনৰ সীমা কেতিয়া বৰ্তে লিখা। 1

Write when the limit of a complex function exists.

(b) প্রমাণ কৰা যে $z = z_0$ বিন্দুত $f(z) = z^2$ অবিচ্ছিন্ন। 3

Prove that $f(z) = z^2$ is continuous at $z = z_0$.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে $f(z) = \bar{z}$ অবৈশ্লেষিক। 3

Show that $f(z) = \bar{z}$ is non-analytic.

(c) এটা ফলন বৈশ্লেষিক হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় চৰ্ত লিখি প্ৰমাণ কৰা।

6

State and prove the necessary condition for a function to be analytic.

অথবা / Or

যদি $u = y^3 - 3x^2y$ হয়, তেন্তে v নিৰ্ণয় কৰা, যাতে

$f(z) = u + iv$ বৈশ্লেষিক হয়।

6

If $u = y^3 - 3x^2y$, then find v , such that $f(z) = u + iv$ is analytic.

2. (a) এটা বৈশ্লেষিক ফলনৰ অৱকলজ বৈশ্লেষিক নহয়। সঁচা নে মিছা লিখা।

1

Derivative of an analytic function is not analytic. State true or false.

(b) প্ৰমাণ কৰা যে $\oint_C z dz = 0$.

2

Prove that $\oint_C z dz = 0$.

(c) ক'চিৰ অনুকলন সূত্ৰ উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।

6

State and prove Cauchy's integral formula.

অথবা / Or

বক্ৰ C ৰ দিশত প্ৰদত্ত $z = 0$ ৰ পৰা $z = 2i$ ৰেখা আৰু $z = 2i$ ৰ পৰা $z = 4 + 2i$ ৰেখা লৈ $\int_C \bar{z} dz$ ৰ মান

নিৰ্ণয় কৰা।

6

Evaluate $\int_C \bar{z} dz$ along the curve C given

by the line from $z = 0$ to $z = 2i$ and the line from $z = 2i$ to $z = 4 + 2i$.

(d) জটিল বৈখিক অনুকলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 3

Define complex line integral.

3. (a) টেইলৰ শ্ৰেণী অভিসাৰী হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition for the convergence of the Taylor's series.

(b) $\sin \frac{1}{z-a}$ ৰ অনন্যতা উলিওৱা। 3

Find the singularity of the function $\sin \frac{1}{z-a}$.

(c) তলৰ যি কোনো এটাৰ অৱশেষ নিৰ্ণয় কৰা : 3

Find the residue of any one of the following :

(i) $\frac{z^2}{(1-az)(z-a)}$ at $z=a$, $|a| < 1$

(ii) $\frac{z^2}{z^2+a^2}$ at $z=ia$

(d) পৰিবেখা অনুকলন ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 6

Evaluate any one of the following by using contour integration :

(i) $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2+\cos\theta}$

(ii) $\int_0^{2\pi} \frac{a d\theta}{1+2a^2+\cos\theta}$, $a > 0$

(B) Mechanics

(Marks : 45)

(a) Statics

4. (a) স্ক্ৰুৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define screw.

(b) এটা বল প্ৰণালীৰ লঘুকৃত বল আৰু বল ভ্ৰামকে গঠন কৰা পদ্ধতিৰ নাম লিখা।

1

Write the name used for denoting a single reduced force and a couple of a system of forces.

(c) এটা সমতলীয় বল প্ৰণালীৰ সাম্যাৱস্থাত থকাৰ চৰ্ত লিখা।

2

Write the conditions that the system of coplanar forces may be in equilibrium.

(d) এটা দৃঢ় বস্তুৰ বিভিন্ন বিন্দুত ক্ৰিয়া কৰা এটা সমতলীয় বল প্ৰণালীৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

6

Find the equation of a system of coplanar forces acting at different points of a rigid body.

অথবা /Or

দেখুওৱা যে দৃঢ় বস্তুত ক্ৰিয়া কৰা বল প্ৰণালী, এটা বললৈ আৰু এটা বলভ্ৰামকলৈ লঘুকৃত কৰিব পাৰি, যাৰ অক্ষ বলটোৰ দিশত।

6

Show that any system of forces acting on a rigid body can be reduced to a single force together with a couple whose axis is along the direction of the force.

5. (a) আভাসী বিস্থাপনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define virtual displacement.
- (b) সাধাৰণ বজ্জুকাৰ পৰিসৰৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define span of a common catenary.
- (c) আভাসী কাৰ্যৰ সমীকৰণ গঠন কৰোতে বাদ দিব পৰা দুটা 2
বল উল্লেখ কৰা।
Write two forces which can be omitted while writing the equation of virtual work.
- (d) সমতলীয় বল প্ৰণালীৰ আভাসী কাৰ্যৰ নীতি উল্লেখ কৰি 6
প্ৰমাণ কৰা।
State and prove the principle of virtual work for a system of coplanar forces.

(b) Dynamics

6. (a) কোনো বিন্দুৰ কৌণিক বেগৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1
Define angular velocity of a point.
- (b) এটা কণাৰ সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতি $\frac{d^2x}{dt^2} = -n^2x$ দ্বাৰা 2
নিৰ্দেশ কৰা হৈছে। ইয়াৰ পৰ্যাবৃত্ত সময় নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা।

Simple harmonic motion of a particle is described by $\frac{d^2x}{dt^2} = -n^2x$. Find the time period.

- (c) কোনো চলমান বিন্দুৰ সমতল বক্রত স্পৰ্শকীয় আৰু অভিলম্বীয় বেগ নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা।

5

Find the tangential and normal components of velocity of a moving point along a plane curve.

অথবা / Or

স্থিৰ বেগত এটা কণাই $r = ae^{m\theta}$ বক্র নিৰ্দেশ কৰে। ব্যাসার্ধ সন্নিবেশ আৰু ইয়াৰ লম্ব দিশত বেগৰ উপাংশ নিৰ্ণয় কৰা।

5

A particle describes the curve $r = ae^{m\theta}$ with a constant velocity. Find the components of velocity along the radius vector and perpendicular to it.

7. (a) কেন্দ্ৰীয় কক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া।

1

Define central orbit.

- (b) P বলৰ অধীনত মেকলে, এটা কণাই $r = a \cos \theta$ বক্র নিৰ্দেশ কৰে। বলৰ নিয়ম নিৰ্ণয় কৰা।

6

A particle describes a curve $r = a \cos \theta$ under a force P to the pole. Find the law of force.

অথবা / Or

মাধ্যাকর্ষণ বলৰ অধীনত এটা কণা ওপৰলৈ নিক্ষেপ কৰা হ'ল, যাৰ প্ৰতিৰোধ বেগৰ বৰ্গৰ সমান। যি কোনো অৱস্থানত কণাৰ বেগ নিৰ্ণয় কৰা।

6

A particle is projected upwards under gravity in a resisting medium, whose resistance varies as the square of the velocity. Find the velocity of the particle at any position.

8. (a) ভ্ৰামকৰ সমান্তৰাল অক্ষৰ উপপাদ্য লিখা।

2

State the theorem of parallel axes of moment.

(b) ঘূৰ্ণন ব্যাসাৰ্ধৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2

Define radius of gyration.

(c) $2a$ দৈৰ্ঘ্য আৰু M ভৰবিশিষ্ট এডাল সুষম দণ্ডৰ মধ্য বিন্দুৱেদি অক্ষডাল লম্ব হিচাবে থকা অৱস্থাত ইয়াৰ জড়তা ভ্ৰামক নিৰ্ণয় কৰা।

6

Find the moment of inertia of a uniform rod of length $2a$ and mass M about an axis through the middle point and perpendicular to it.