

**2 0 1 7**

( November )

**MATHEMATICS**

( General )

Course : 301

**[ Group—A : Coordinate Geometry and  
Group—B : Analysis—I (Real Analysis) ]**

*Full Marks : 80*

*Pass Marks : 32/24*

*Time : 3 hours*

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

**GROUP—A**

**( Coordinate Geometry )**

**SECTION—I**

**( 2-Dimension )**

1. (a) যেতিয়া মূলবিন্দু  $(a, b)$  বিন্দুলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা হয়,  
তেতিয়া  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4$  সমীকৰণৰ পৰিৱৰ্তিত সমীকৰণ  
লিখা।

Find the transformed equation of  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 4$ , when the origin is shifted to  $(a, b)$ .

- (b) সমকোণীয় পৰিৱৰ্তনৰ অধীনত, এটা সমীকৰণৰ ডিগ্ৰীৰ কি পৰিৱৰ্তন হ'ব, লিখা। 1

Write what will happen to the degree of an equation under orthogonal transformation.

- (c) যেতিয়া অক্ষ কেইডাল  $\frac{\pi}{4}$  কোণ ঘূৰাই দিয়া হয়, তেতিয়া  $y = x$  ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the equation of the line  $y = x$ , when the axes are rotated through an angle  $\frac{\pi}{4}$ .

2. (a)  $4x^2 - 24xy + 11y^2 = 0$  য়ে নিৰ্দেশ কৰা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণটো, নিৰ্ণয় কৰা। 1

Find the angle between the pair of lines  $4x^2 - 24xy + 11y^2 = 0$ .

- (b)  $(x + 2y + 3)^2 = 0$  সমীকৰণে কিধৰণৰ ৰেখা নিৰ্দেশ কৰে, লিখা। 1

Write what type of lines does the equation

$$(x + 2y + 3)^2 = 0$$

represent.

- (c)  $7x^2 - 2xy - y^2 = 0$  ৰ বেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক কেইডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the equation of the bisectors of the angles between the lines  $7x^2 - 2xy - y^2 = 0$ .

- (d) যদি  $x^2 + kxy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$  সমীকৰণে এযোৰ সবলবেখা নিৰ্দেশ কৰে, তেন্তে  $k$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

3

Find the value of  $k$ , so that the equation  $x^2 + kxy - 2y^2 + 3y - 1 = 0$  represents a pair of straight lines.

- (e) প্রমাণ কৰা যে  $y^3 - x^3 + 3xy(y - x) = 0$  সমীকৰণে, পৰস্পৰ এডালে আনডালৰ লগত সমান কোণত হালি থকা তিনিডাল সবলবেখা নিৰ্দেশ কৰে।

5

Prove that the equation  $y^3 - x^3 + 3xy(y - x) = 0$  represents three straight lines equally inclined to one another.

অথবা / Or

(2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু  $2x^2 + xy - 3y^2 + 3x + 2y + 1 = 0$  বেখাদ্বয়ৰ লম্ববেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equation of the lines passing through (2, 3) and perpendicular to the lines  $2x^2 + xy - 3y^2 + 3x + 2y + 1 = 0$ .

3. (a)  $x$  আৰু  $y$  বিশিষ্ট এটা সাধাৰণ দ্বিঘাত সমীকৰণে এটা অধিবৃত্ত নিৰ্দেশ কৰা চৰ্ত লিখা।

1

Write the condition when a general second-degree equation in  $x$  and  $y$  represents a parabola.

- (b)  $x^2 + y^2 = a^2$  বৃত্ত সাপেক্ষে  $(2, 3)$  বিন্দুৰ ধ্রুৱীয় লিখা।

1

Write the polar of the point  $(2, 3)$  with respect to a circle  $x^2 + y^2 = a^2$ .

- (c)  $3x^2 + 4y^2 - 12x + 8y + 4 = 0$  শঙ্কুৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ধাৰণ কৰা।

3

Determine the centre of the conic  $3x^2 + 4y^2 - 12x + 8y + 4 = 0$ .

অথবা / Or

$y^2 - xy - 2x^2 - 5x + x - 6 = 0$  শঙ্কুলৈ  $(1, -1)$  বিন্দুৰ পৰা টনা স্পৰ্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equations of tangent and normal at  $(1, -1)$  to the conic  $y^2 - xy - 2x^2 - 5x + x - 6 = 0$ .

- (d)  $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$  শঙ্কুক বিহিত আকাৰত প্ৰকাশ কৰা আৰু ইয়াৰ প্ৰকাৰ লিখা।

5

Reduce the equation  $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$  to canonical form and state the type of the conic.

## SECTION—II

### ( 3-Dimension )

4. (a)  $x + 2y + 4z = 0$  য়ে এক নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা সমতল নিৰ্দেশ কৰে। সেই বিন্দুটো লিখা। 1

$x + 2y + 4z = 0$  represents a plane passing through a particular point. Write that point.

- (b) অক্ষকেইডালত 2, 4, -3 ছেদাংশ কৰা সমতলখনৰ সমীকৰণ লিখা। 1

Find the equation of the plane which makes intercepts 2, 4, -3 on the axes.

- (c)  $2x + y + z = 6$ ,  $x - y + 2z = 3$  সমতল দুখনৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ধাৰণ কৰা। 2

Find the angle between the planes  $2x + y + z = 6$ ,  $x - y + 2z = 3$ .

- (d)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  ৰেখা আৰু  $x - y + z = 5$  সমতলৰ ছেদবিন্দু নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the point of intersection of the line  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  and the plane

$$x - y + z = 5.$$

- (e)  $xz$ -সমতলৰ সমান্তৰাল আৰু (1, 2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা সমতলৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4

Find the equation of the plane passing through the point (1, 2, 3) and parallel to  $xz$ -plane.

অথবা / Or

প্রমাণ কৰা যে,  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$  আৰু

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ সমতলীয়।}$$

Prove that the lines  $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{3}$  and

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ are coplanar.}$$

5. (a)  $\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$  আৰু  $5x-2y-3z+6=0 =$

$x-3y+2z-3$  ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব  
নিৰ্ধাৰণ কৰা।

4

Find the shortest distance between the  
lines

$$\frac{x}{4} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2} \text{ and}$$

$$5x-2y-3z+6=0 = x-3y+2z-3$$

(b)  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$  ৰেখাডালৰ  $x+2y+z=6$

সমতলত পৰা প্ৰক্ষেপৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

4

Find the equation of the projection of  
the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$  on the plane

$$x+2y+z=6.$$

অথবা / Or

যদি  $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ,  $x = 0$  আৰু  $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1$ ,  $y = 0$

ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ন্যূনতম দূৰত্ব  $2d$  হয়, তেন্তে

দেখুওৱা যে  $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ ।

If  $2d$  is the shortest distance between the lines  $\frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ,  $x = 0$  and  $\frac{x}{a} - \frac{z}{c} = 1$ ,  $y = 0$ ,

then show that  $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ .

GROUP—B

( Analysis—I )

6. (a) যদি  $y = \sin^2 x$  হয়, তেন্তে  $y_n$  নিৰ্ণয় কৰা। 1  
If  $y = \sin^2 x$ , then find  $y_n$ .

(b)  $y = x^2(a - x)$  বক্ৰৰ উপস্পৰ্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা। 1  
Find the length of the subtangent to the curve  $y = x^2(a - x)$ .

(c) যদি  $y = x^2 e^{ax}$  হয়, তেন্তে  $y_n$  নিৰ্ণয় কৰা। 3  
If  $y = x^2 e^{ax}$ , then find  $y_n$ .

(d) মান নিৰ্ণয় কৰা : 3  
Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$$

অথবা / Or

$x = a \cos \theta$ ,  $y = a \sin \theta$  বক্ৰৰ যি কোনো বিন্দুত বক্ৰতা ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature at any point of the curves  $x = a \cos \theta$ ,  $y = a \sin \theta$ .

(e)  $s = \log \sec \psi$  বক্ৰৰ যি কোনো বিন্দু  $(s, \psi)$ ত বক্ৰতা ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the radius of curvature at any point  $(s, \psi)$  on the curve  $s = \log \sec \psi$ .



7. (a) বলচৰ উপপাদ্যটো লিখা। 1

Write the statement of Rolle's theorem.

(b) মধ্যমান উপপাদ্য  $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$ ত  $c$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, য'ত  $f(x) = x^2$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ . 2

Find the value of  $c$  in the mean-value theorem  $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$ , if  $f(x) = x^2$ ,  $a = 1$ ,  $b = 2$ .

(c)  $e^x$ ক  $x$ ৰ ঘাত হিচাপে মেকলৰিন শ্ৰেণীত বিস্তাৰ কৰা। 2

Expand  $e^x$  in powers of  $x$  by Maclaurin's series.

(d) ক্চিৰ মধ্যমান উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 5

State and prove Cauchy's mean-value theorem.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে

Show that

$$\frac{x}{1+x^2} < \tan^{-1} x < x, \quad \forall x > 0$$

8. (a) যদি  $f = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$  হয়, তেন্তে  $\frac{\partial f}{\partial x}$  নিৰ্ণয় কৰা। 1

Find  $\frac{\partial f}{\partial x}$ , if  $f = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ .

(b) যদি  $u = f(xyz)$  হয়, তেন্তে  $\frac{\partial f}{\partial y}$  নিৰ্ণয় কৰা।

1

If  $u = f(xyz)$ , find  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

(c)  $u = \frac{x-y}{x+y}$  ফলনৰ বাবে অইলাৰৰ উপপাদ্য সত্যাপন

কৰা।

3

Verify Euler's theorem for the function

$$u = \frac{x-y}{x+y}$$

অথবা / Or

যদি  $f(x, y) = 0$ , তেন্তে দেখুওৱা যে

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

If  $f(x, y) = 0$ , then show that

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}}$$

9. (a) মান নিৰ্ণয় কৰা :

1

Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx$$

(b)  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$  হোৱাৰ চৰ্ত লিখা।

1

Write the condition when  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ .

(c) মান নিৰ্ণয় কৰা :

4

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

(d)  $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$  ৰ লঘুকৰণ সূত্র নিৰ্ণয় কৰা।

4

Obtain the reduction formula for  $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$ .

অথবা / Or

$r = a(1 - \cos\theta)$  কাৰ্ডিয়ইডৰ পৰিসীমা নিৰ্ণয় কৰা।

Find the perimeter of the cardioid

$r = a(1 - \cos\theta)$ .

★★★