

2 0 1 6

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 301

**[Group—A : Coordinate Geometry and
Group—B : Analysis—I (Real Analysis)]**

Full Marks : 80

Pass Marks : 32 (Backlog) / 24 (2014 onwards)

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(Coordinate Geometry)

SECTION—I

(2-Dimension)

1. (a) যেতিয়া স্থানাংক অক্ষকেইডাল $\frac{\pi}{3}$ কোণ ঘূৰাই দিয়া হয়, তেতিয়া $y = \sqrt{3}x$ ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the equation of the line $y = \sqrt{3}x$ when the axes are rotated through an angle $\frac{\pi}{3}$.

- (b) $14x^2 - 4xy + 11y^2 = 25$ সমীকৰণটো xy পদ
ৰহিত সমীকৰণলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা।

3

Transform the equation

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 = 25$$

into an equation which is free from
 xy term.

অথবা / Or

দেখুওৱা যে সমকোণীয় ৰূপান্তৰৰ অধীনত দুটা বিন্দুৰ
মাজৰ দূৰত্ব এক নিশ্চৰ।

Show that the distance between two
points is an invariant under an
orthogonal transformation.

2. (a) $x^2 + xy - 6y^2 = 0$ ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয়
কৰা।

1

Find the angle between the lines
 $x^2 + xy - 6y^2 = 0$.

- (b) k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে

$$kx^2 - 3xy - 2y^2 + x + 13y - 15 = 0$$

সমীকৰণে এযোৰ সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে।

2

Find the value of k so that the equation

$$kx^2 - 3xy - 2y^2 + x + 13y - 15 = 0$$

represents a pair of straight lines.

- (c) দেখুওৱা যে $x^2 + 6xy + 9y^2 - 5x - 15y + 6 = 0$ সমীকৰণে এযোৰ সমান্তৰাল সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে। 4

Show that the equation

$$x^2 + 6xy + 9y^2 - 5x - 15y + 6 = 0$$

represents a pair of parallel lines.

- (d) দেখুওৱা যে $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ আৰু $lx + my + n = 0$ ৰেখাই আগুৰা ত্ৰিভুজৰ কালি হ'ব

$$\frac{n^2 \sqrt{h^2 - ab}}{am^2 - 2hlm + bl^2}.$$

5

Show that the area of the triangle formed by the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ and

$$lx + my + n = 0 \text{ is } \frac{n^2 \sqrt{h^2 - ab}}{am^2 - 2hlm + bl^2}.$$

অথবা / Or

(0, 0) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু

$$2x^2 - xy - 6y^2 + 7x + 21y - 15 = 0$$

সৰলৰেখাদ্বয়ৰ সমান্তৰাল ৰেখাদ্বয় নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equations of the straight lines parallel to the straight lines

$$2x^2 - xy - 6y^2 + 7x + 21y - 15 = 0$$

and passing through (0, 0).

3. (a) দেখুওৱা যে $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 16x + 20 = 0$ সমীকৰণে এটা উপবৃত্ত নিৰ্দেশ কৰে।

2

Show that the equation

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 16x + 20 = 0$$

represents an ellipse.

- (b) $11x^2 - 4xy + 14y^2 - 58x - 44y + 71 = 0$ শঙ্কুৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

3

Find the centre of the conic

$$11x^2 - 4xy + 14y^2 - 58x - 44y + 71 = 0$$

- (c) $8x^2 - 12xy + 17y^2 + 16x - 12y + 3 = 0$

সমীকৰণক বিহিত ৰূপলৈ অৱনমিত কৰা আৰু শঙ্কুৰ প্ৰকৃতি উল্লেখ কৰা।

5

Reduce the equation

$$8x^2 - 12xy + 17y^2 + 16x - 12y + 3 = 0$$

to the canonical form and state the type of the conic.

অথবা / Or

$$(1, -1) \text{ বিন্দুত } y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$$

শঙ্কুলৈ টনা স্পৰ্শক আৰু অভিলম্বৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the equation of the tangent and normal at $(1, -1)$ to the conic $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$.

SECTION—II

(3-Dimension)

4. (a) $x - 2y + 3z - 18 = 0$ সমতলে অক্ষকেইডালত কৰা ছেদাংশ নিৰ্ণয় কৰা। 1

Find the intercepts made by the plane $x - 2y + 3z - 18 = 0$ on the axes.

- (b) $2x - y + 3z + 7 = 0$ আৰু $x - 2y - 3z + 8 = 0$ সমতলৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the angle between the planes $2x - y + 3z + 7 = 0$ and $x - 2y - 3z + 8 = 0$.

- (c) x -অক্ষৰ সমান্তৰাল আৰু $(3, 1, 1)$, $(1, -2, 3)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা সমতলৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the equation of the plane parallel to x -axis passing through the points $(3, 1, 1)$ and $(1, -2, 3)$.

- (d) $2x + 3y - 3z + 2 = 0 = 3x - 4y + 2z - 4$ ৰেখাৰ সমান্তৰাল আৰু $(-1, -2, -3)$ বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4

Find the equation to the line passing through $(-1, -2, -3)$ and parallel to the line $2x + 3y - 3z + 2 = 0 = 3x - 4y + 2z - 4$.

অথবা / Or

k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2}$

আৰু $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{k} = \frac{z-11}{4}$ ৰেখা দুডালে কটাকটি

কৰে।

Determine the value of k so that the lines

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{2} \text{ and}$$

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{k} = \frac{z-11}{4}$$

may intersect.

5. (a) যদি মহাকাশত দুডালৰেখাই কটাকটি কৰে, তেন্তে সিহঁতৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব লিখা। 1

If two lines intersect in space, then write the shortest distance between them.

- (b) বিষম ৰেখাৰ সংজ্ঞা লিখা। 2

Define skew line.

- (c) $\frac{x-3}{2} = \frac{y+15}{-7} = \frac{z-9}{5}$ আৰু $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-9}{-3}$

ৰেখা দুডালৰ মাজৰ ক্ষুদ্রতম দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা। 5

Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+15}{-7} = \frac{z-9}{5} \text{ and}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-9}{-3}$$

অথবা / Or

z -অক্ষ আৰু $ax + by + cz + d = 0$,
 $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ ৰেখাৰ মাজৰ ক্ষুদ্রতম দূৰত্ব
নিৰ্ণয় কৰা।

Find the shortest distance between the
axis of z and the line $ax + by + cz + d = 0$,
 $a'x + b'y + c'z + d' = 0$.

GROUP—B

(Analysis—I)

6. (a) যদি $y = \sin 3x$ হয়, তেন্তে y_n নিৰ্ণয় কৰা। 1
If $y = \sin 3x$, then find y_n .
- (b) যদি $y = x^2 e^{ax}$ হয়, তেন্তে y_n নিৰ্ণয় কৰা। 2
If $y = x^2 e^{ax}$, then find y_n .
- (c) (x, y) যি কোনো বিন্দুত $e^{y/a} = \sec\left(\frac{x}{a}\right)$ ৰ বক্রতা
ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা। 3
Find the radius of curvature of
 $e^{y/a} = \sec\left(\frac{x}{a}\right)$ at any point (x, y) .

অথবা / Or

যদি $y = e^{3x} \cos 4x$ হয়, তেন্তে y_n ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

If $y = e^{3x} \cos 4x$, then find the value of y_n .

(d) তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 4

Evaluate any one of the following :

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sec x - \tan x)$

7. (a) ধৰা $f(x) = \tan x$. $[0, 1]$ অন্তৰালত $f(x)$ ত ব'লছ উপপাদ্য প্ৰয়োগ কৰিব পাৰিনে? উত্তৰ প্ৰত্যাশন কৰা। 1

Let $f(x) = \tan x$. Is Rolle's theorem applicable to $f(x)$ in $[0, 1]$? Justify your answer.

(b) মধ্যমান উপপাদ্য $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$, প্ৰয়োগ কৰি c ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা, য'ত $f(x) = \sqrt{x}$, $a = 4$, $b = 9$. 2

Find the value of c in the mean value theorem $f(b) - f(a) = (b - a)f'(c)$, if $f(x) = \sqrt{x}$, $a = 4$, $b = 9$.

- (c) লাগ্ৰাঞ্জ কপৰ অৱশেষ থকাকৈ $\sin x$ ক x ৰ সূচক হিচাবে শ্ৰেণীত বিস্তাৰ কৰা।

2

Expand $\sin x$ in a finite series in powers of x with the remainder in Lagrange form.

- (d) প্ৰমাণ কৰা যে, যদি কোনো ফলন বন্ধ অন্তৰ্ভূত অনবিচ্ছিন্ন হয়, তেন্তে ই তাত পৰিবদ্ধ হ'ব।

5

Prove that if a function is continuous in a closed interval, then it is bounded therein.

অথবা / Or

লাগ্ৰাঞ্জৰ মধ্যমান উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা।

State and prove Lagrange's mean value theorem.

8. (a) যদি $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial u}{\partial x}$ নিৰ্ণয় কৰা।

1

If $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$, then find $\frac{\partial u}{\partial x}$.

- (b) নিৰ্ণয় কৰা :

1

Find :

$$\frac{\partial}{\partial x}(e^{x^2+xy})$$

(c) $u = \sin \frac{x^2 + y^2}{xy}$ ফলনত অইলাৰৰ উপপাদ্য প্রত্যাশন

কৰা।

3

Verify Euler's theorem for the function

$$u = \sin \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

অথবা / Or

যদি $(\cos x)^y = (\sin y)^x$ হয়, তেন্তে $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰা।

If $(\cos x)^y = (\sin y)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

9. (a) যদি $f(2a - x) = -f(x)$ হয়, তেন্তে $\int_0^{2a} f(x) dx$ ৰ মান লিখা।

1

If $f(2a - x) = -f(x)$, then write the value of $\int_0^{2a} f(x) dx$.

(b) দেখুওৱা যে

Show that

$$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a - x) dx$$

2

(c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

3

Find the value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx$.

(d) নিৰ্ণয় কৰা :

4

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} x \sin x \cos^2 x \, dx$$

অথবা / Or

বজ্জুকা $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$ ৰ শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা

(x_1, y_1) বিন্দুলৈ বক্ৰৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

Find the length of the arc of the catenary $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$ from the vertex to the point (x_1, y_1) .

★★★