

Total No. of Printed Pages—8

3 SEM TDC MTH G 1

2 0 1 5

(November)

MATHEMATICS

(General)

Course : 301

[**Group—A : Coordinate Geometry and
Group—B : Analysis—I (Real Analysis)**]

Full Marks : 80

Pass Marks : 32 (Backlog) / 24 (2014 onwards)

Time : 3 hours

*The figures in the margin indicate full marks
for the questions*

GROUP—A

(Coordinate Geometry)

SECTION—I

(2-Dimension)

1. (a) শংকু $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

অ-অপ্রতিম হোবা চর্তটো লিখা।

1

Write the condition under which the conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ is non-singular.

- (b) (1, 1) বিন্দুৰ নতুন স্থানাংক নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা, য'ত অক্ষ কাঠামো $\frac{\pi}{4}$ কোণ পৰিবৰ্তন কৰা আৰু মূলবিন্দুৰ কোনো পৰিবৰ্তন হোৱা নাই।

2

Find the new coordinates of the point (1, 1), if the frame of reference is rotated through an angle $\frac{\pi}{4}$, without changing the origin.

- (c) $4x^2 + 2\sqrt{3}xy + 2y^2 + 1 = 0$ ৰ পৰা xy পদ ৰহিত কৰিবলৈ অক্ষ পদ্ধতি কিমান কোণ ঘূৰাব লাগিব, নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the angle through which it is to be rotated to remove xy term from $4x^2 + 2\sqrt{3}xy + 2y^2 + 1 = 0$.

2. (a) $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ সমীকৰণে এযোৰ সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে। সৰলৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল নে লম্ব নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা।

1

$6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$ represents a pair of straight lines. Determine whether they are parallel or perpendicular to each other.

- (b) $4x^2 - 24xy + 11y^2 = 0$ সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the angle between the pair of lines $4x^2 - 24xy + 11y^2 = 0$.

- (c) $x^2 + 6xy + 9y^2 - 5x - 15y + 6 = 0$ এ নিৰ্দেশ কৰা ৰেখাযোৰ নিৰ্ণয় কৰা।

3

Find the pair of lines represented by $x^2 + 6xy + 9y^2 - 5x - 15y + 6 = 0$.

- (d) দেখুওৱা যে $x + y + 1 = 0$ আৰু $(x + y)^2 - 3(x - y)^2 = 0$ ৰেখাকেইডালে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ উৎপন্ন কৰে।

6

Show that the lines $x + y + 1 = 0$ and $(x + y)^2 - 3(x - y)^2 = 0$ form an equilateral triangle.

অথবা / Or

$$3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$$

সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা শংকুৰ প্ৰকৃতি আলোচনা কৰা আৰু ইয়াক বিহিত ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

Discuss the nature of the conic represented by the equation

$$3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$$

and reduce it to canonical form.

3. (a) $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$ শংকুৰ $(1, -1)$ বিন্দুত স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the equation of tangent at $(1, -1)$ to the conic $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$.

- (b) $3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$ শংকুৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

3

Find the centre of the conic $3x^2 - 8xy - 3y^2 + 10x - 13y + 8 = 0$.

- (c) এটা শংকুৰ সাপেক্ষে এডাল ৰেখাৰ মেক নিৰ্ণয় কৰা।

5

Find the pole of a given line with respect to a conic.

অথবা / Or

$12x^2 + 4y^2 + 14xy - 2x - 3y + 7 = 0$ শংকুৰে
মাত্ৰ এটা কেন্দ্ৰ, অসীম সংখ্যক কেন্দ্ৰ অথবা কোনো কেন্দ্ৰ
নাই নেকি নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা।

Determine whether the conic
represented by

$$12x^2 + 4y^2 + 14xy - 2x - 3y + 7 = 0$$

has a single centre, infinitely many
centres or no centre.

SECTION—II

(3-Dimension)

4. (a) সমতল এটা সমীকৰণৰ দ্বাৰা নিৰ্দেশ কৰা হয়।
সমীকৰণটোৰ ঘাত লিখা।

1

Plane is described by an equation. Write
the degree of the equation.

- (b) $Ax + 3y + 4z = 0$ সমতলখন এক বিশেষ বিন্দুৰ
মাজেৰে পাৰ হয়। বিন্দুটোৰ স্থানাংক লিখা।

1

The plane $Ax + 3y + 4z = 0$ passes
through a particular point. Write the
coordinates of that point.

- (c) $3x + 4y - 6z - 12 = 0$ সমতলে অক্ষকেইডালত কৰা
ছেদাংশ নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the intercepts on the axes made by
the plane $3x + 4y - 6z - 12 = 0$.

- (d) (3, 1, 1) আৰু (1, -2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰহৈ যোৱা আৰু x -অক্ষৰ সমান্তৰাল সমতলৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the equation of the plane passing through the points (3, 1, 1) and (1, -2, 3), and parallel to x -axis.

অথবা / Or

$2x + y + z = 6$ আৰু $x - y + 2z = 3$ সমতল দুখনৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the angle between the planes $2x + y + z = 6$ and $x - y + 2z = 3$.

- (e) (2, 0, 4) আৰু (1, -2, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰহৈ যোৱা ৰেখাডালৰ সমমিত আকাৰৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the equation of the line in symmetric form passing through (2, 0, 4) and (1, -2, 3).

5. (a) তলৰ ৰেখা দুডালৰ ন্যূনতম দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা : 4

Find the length of the shortest distance between the following lines :

$$\frac{x-3}{6} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-3}{2} \text{ (আৰু) and}$$

$$\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

- (b) $x + y + 2z = 3$; $2x + 3y + 4z + 4 = 0$ ৰেখা আৰু z -অক্ষৰ লম্ব হোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 4

Find the equation of the perpendicular line to the lines $x + y + 2z = 3$; $2x + 3y + 4z + 4 = 0$ and z -axis.

GROUP—B

(Analysis—I)

6. (a) যদি $y = e^{2x}$ হয়, তেন্তে y_n ৰ মান নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা। 1

If $y = e^{2x}$, then find the value of y_n .

(b) যদি $y = x^2 \tan^{-1} x$ হয়, তেন্তে y_n ৰ মান নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা। 2

If $y = x^2 \tan^{-1} x$, then find the value of y_n .

(c) θ ত $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ ৰ উপস্পর্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা। 3

Find the length of subtangent to $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ at θ .

অথবা / Or

যি কোনো বিন্দু (x, y) ত $y = \log \sin x$ ৰ বক্রতা ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

Find the radius of curvature of $y = \log \sin x$ at any point (x, y) .

(d) তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা ; 4

Evaluate any one of the following :

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 5x}{\tan x}$

7. (a) লাগ্ৰাঞ্জ ৰূপৰ অৱশেষ থকা মেক্‌লৰিনৰ উপপাদ্য লিখা। 1
Write Maclaurin's theorem with Lagrange's form of remainder.
- (b) লাগ্ৰাঞ্জ মধ্যমান উপপাদ্যৰ জ্যামিতিক ব্যাখ্যা লিখা। 2
Write the geometrical meaning of Lagrange's mean value theorem.
- (c) দেখুওৱা যে যদি এটা ফলন কোনো বিন্দুত অৱকলনীয় হয়, তেন্তে তাত সি অনবিচ্ছিন্ন হ'ব। 2
Show that a function, which is derivable at a point, is continuous at that point.
- (d) ৰ'লৰ উপপাদ্য উল্লেখ কৰি প্ৰমাণ কৰা। 5
State and prove Rolle's theorem.

অথবা / Or

যদি এটা ফলন f , এটা বন্ধ অন্তৰাল $[a, b]$ ত অৱকলনীয় হয় আৰু $f'(a)$, $f'(b)$ ৰ চিন বিপৰীত হয়, তেন্তে a আৰু b ৰ মাজত অন্ততঃ এটা বিন্দু c আছে য'ত $f'(c) = 0$.

If a function f is derivable on a closed interval $[a, b]$ and $f'(a)$, $f'(b)$ are of opposite signs, then there exists at least one point c between a and b such that $f'(c) = 0$.

8. (a) যদি $f = \tan^{-1} \frac{y}{x}$ হয়, তেন্তে $\frac{\partial f}{\partial x}$ নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা। 1

If $f = \tan^{-1} \frac{y}{x}$, then find $\frac{\partial f}{\partial x}$.

- (b) $u = \frac{x-y}{x+y}$ ৰ বাবে অয়লাৰৰ উপপাদ্য প্ৰমাণ কৰা। 4

Verify Euler's theorem for $u = \frac{x-y}{x+y}$.

অথবা / Or

যদি $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$ হয়, তেঁস্তে দেখুওৱা

$$\text{যে } \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

If $u = e^x(x \cos y - y \sin y)$, then show that

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

9. (a) $\int_0^{na} f(x) dx = n \int_0^a f(x) dx$ হোৱাৰ চৰ্ত লিখা। 1

Write the condition when

$$\int_0^{na} f(x) dx = n \int_0^a f(x) dx.$$

(b) তলৰ যি কোনো এটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা : 4

Evaluate any one of the following :

(i) $\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \log \tan x dx$

(c) $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx$ ৰ লঘুকৃত সূত্র নিৰ্ণয় কৰা। 5

Obtain the reduction formula for

$$\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx.$$

অথবা / Or

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} \text{ গ্রহাণুৰ পৰিসীমা নিৰ্ণয় কৰা।}$$

Find the perimeter of the asteroid

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}.$$