

Total No. of Printed Pages—11

**3 SEM TDC MTH G 1**

**2014**

( November )

**MATHEMATICS**

( General )

Course : 301

**[ Group—A : Coordinate Geometry and  
Group—B : Analysis—I (Real Analysis) ]**

*Full Marks : 80*

*Pass Marks : 32*

*Time : 3 hours*

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

**GROUP—A**

**( Coordinate Geometry )**

**SECTION—I**

**( 2-Dimension )**

1. (a)  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  সমীকৰণৰ পৰা  $xy$  পদ  
অপসাৰণ কৰিবলৈ কি কৰিব লাগে লিখা। 1

Write what should be done to  
remove  $xy$  term from the equation  
 $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ .

(b) মূলবিন্দু (2, 3) বিন্দুলৈ স্থানান্তৰ কৰিলে  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$

সৰলৰেখাৰ ৰূপান্তৰিত সমীকৰণটো লিখা।

2

Write the transformed equation of the straight line  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2$  when the origin is transformed to the point (2, 3).

(c)  $x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2 = 0$  সমীকৰণৰ পৰা  $xy$  পদটো অপসাৰণ কৰিবলৈ অক্ষদ্বয় ঘূৰাব লগীয়া কোণটো নিৰ্দ্ধাৰণ কৰা।

2

Find the angle through which the axes must be turned to remove the  $xy$  term from the equation  $x^2 + 2\sqrt{3}xy - y^2 = 0$ .

2. (a)  $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$  সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডাল মূলবিন্দুৰ মাজেৰে পাৰহৈ যায়। সঁচা নে মিছা লিখা।

1

Straight lines represented by  $6x^2 - 5xy - 6y^2 + 14x + 5y + 4 = 0$  pass through the origin. State true or false.

(b) দেখুওৱা যে  $9x^2 + 24xy + 16y^2 = 0$  সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডাল সমান্তৰাল।

2

Show that straight lines represented by  $9x^2 + 24xy + 16y^2 = 0$  are parallel.

- (c) দেখুওৱা যে  $x^2 + 6xy + 9y^2 + 4x + 12y = 5$  সমীকৰণে এযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা নিৰ্দেশ কৰে। 4

Show that the equation

$$x^2 + 6xy + 9y^2 + 4x + 12y = 5$$

represents a pair of straight lines.

- (d) দেখুওৱা যে  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  আৰু  $lx + my + n = 0$  ৰেখাকেইডালে উৎপন্ন কৰা ত্ৰিভুজৰ কালি হ'ব

$$\frac{n^2 \sqrt{h^2 - ab}}{am^2 - 2hlm + bl^2}$$

5

Show that the area of the triangle formed by the lines  $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$  and  $lx + my + n = 0$  is

$$\frac{n^2 \sqrt{h^2 - ab}}{am^2 - 2hlm + bl^2}$$

অথবা /Or

- দেখুওৱা যে  $x + y + 1 = 0$  আৰু  $(x + y)^2 - 3(x - y)^2 = 0$  ৰেখাকেইডালে এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ উৎপন্ন কৰে।

Show that the lines  $x + y + 1 = 0$  and  $(x + y)^2 - 3(x - y)^2 = 0$  form an equilateral triangle.

3. (a) শঙ্কু  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  ত

ধৰা হ'ল  $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} \neq 0$  আৰু  $ab = h^2$ .

শঙ্কুটোৰ নাম লিখা।

1

Let  $\Delta = \begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} \neq 0$  and  $ab = h^2$ , for the

conic  $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ .

Write the name of the conic.

(b)  $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$  শঙ্কুৰ  $(1, -1)$

বিন্দুত টনা স্পর্শকডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the equation of the tangent at  $(1, -1)$  to the conic  $y^2 - xy - 2x^2 - 5y + x - 6 = 0$ .

(c) এটা শঙ্কুৰ ব্যাসৰ সংজ্ঞা লিখা।

1

Write the definition of diameter of a conic.

(d) দেখুওৱা যে

$$7x^2 - 48xy - 7y^2 - 20x + 140y + 300 = 0$$

সমীকৰণে এটা পৰাবৃত্ত নিৰ্দেশ কৰে।

3

Show that the equation

$$7x^2 - 48xy - 7y^2 - 20x + 140y + 300 = 0$$

represents a hyperbola.

- (e) দেখুওৱা যে এটা শঙ্কুৰ দুটা সংযুক্তী অৰ্ধ-ব্যাসৰ বৰ্গৰ যোগফল এক ধ্ৰুৱক।

3

Show that the sum of the squares of two conjugate semi-diameters of a conic is constant.

অথবা /Or

$11x^2 - 4xy + 14y^2 - 58x - 44y + 71 = 0$  শঙ্কুৰ প্রকৃতি নিৰ্ণয় কৰা। লগতে ইয়াৰ কেন্দ্ৰ নিৰ্ণয় কৰা।

Determine the nature of the conic  $11x^2 - 4xy + 14y^2 - 58x - 44y + 71 = 0$ . Also find the centre of the conic.

## SECTION—II

### ( 3-Dimension )

4. (a)  $x + 2y - 6z - 12 = 0$  সমতলখনে অক্ষকেইডালত কৰা ছেদাংশ নিৰ্ণয় কৰা।

1

Find the intercepts made by the plane  $x + 2y - 6z - 12 = 0$  on the axes.

- (b)  $x + 2y + 2z - 3 = 0$  সমতলৰ সমীকৰণক অভিলম্বৰূপত প্রকাশ কৰা।

2

Express the equation of the plane  $x + 2y + 2z - 3 = 0$  in normal form.

- (c)  $(1, 2, -3)$  বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰহৈ যোৱা আৰু  $(-1, 3, 4), (5, 2, -1)$  বিন্দু সংযোগী ৰেখাৰ অভিলম্ব হোৱা সমতলৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

3

Find the equation to the plane through the point  $(1, 2, -3)$  and normal to the straight line joining the points  $(-1, 3, 4)$  and  $(5, 2, -1)$ .

অথবা / Or

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \text{ ৰেখাই } x-2y+3z+4=0$$

সমতলক ছেদ কৰা বিন্দুৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

Find the coordinates of the point, where the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$  meets the plane  $x-2y+3z+4=0$ .

(d)  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  ৰেখাই  $x-y+z=5$

সমতলৰ লগত কৰা ছেদ বিন্দুৰ পৰা  $(-1, -5, -10)$  বিন্দুলৈ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

4

Find the distance of the point of intersection of the line  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$  and the plane  $x-y+z=5$  from the point  $(-1, -5, -10)$ .

5. (a) বিষম ৰেখাৰ সংজ্ঞা লিখা।

1

Define skew lines.

(b)  $x+2y-3z=0$  আৰু  $x+2y-3z-4=0$  সমতল দুখনৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

2

Find the shortest distance between the planes  $x+2y-3z=0$  and  $x+2y-3z-4=0$ .

(c)  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$  আৰু  $\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$

ৰেখা দুডালৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

5

Find the shortest distance between

the lines  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$  and

$\frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ .

GROUP—B

( Analysis—I )

6. (a) যদি  $y = \frac{1}{a-x}$  হয়, তেন্তে  $y_n$  ৰ মান লিখা।

1

If  $y = \frac{1}{a-x}$ , then write the value of  $y_n$ .

(b) যদি  $f(x) = x^3$  হয়, তেন্তে বক্ৰৰ উপস্পৰ্শকৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

1

If  $f(x) = x^3$ , then find the length of subtangent of the curve.

- (c)  $s = \log \sec \psi$  বক্রৰ যি কোনো বিন্দু  $(s, \psi)$  ত বক্রতা ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা। 2

Find the radius of curvature at any point  $(s, \psi)$  on the curve  $s = \log \sec \psi$ .

- (d) যদি  $y = \sin^2 x \cos^2 x$  হয়, তেন্তে  $y_n$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 3

If  $y = \sin^2 x \cos^2 x$ , then find the value of  $y_n$ .

- (e) মান নিৰ্ণয় কৰা : 3

Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$$

অথবা / Or

যদি  $y = x^3 \sin x$  হয়, তেন্তে  $y_n$  ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

If  $y = x^3 \sin x$ , then find the value of  $y_n$ .

7. (a) এটা ফলন কেতিয়া এটা বন্ধ অন্তৰাল  $[a, b]$  ত অৱকলনীয় হয় লিখা। 1

Write when a function is derivable in a closed interval  $[a, b]$ .

- (b) লাগ্ৰাঞ্জ উপপাদ্যৰ জ্যামিতিক ব্যাখ্যা লিখা। 2

Write the geometrical interpretation of Lagrange mean value theorem.



(c) প্রমাণ কৰা যে যদি এটা ফলন  $f$  অন্তৰ  $[a, b]$  ত অনবিচ্ছিন্ন হয় আৰু  $f(a) \neq f(b)$ , তেন্তে  $f$  ফলনে  $f(a)$  আৰু  $f(b)$  ৰ মাজৰ সকলো মান লাভ কৰে।

4

Prove that if a function  $f$  is continuous on  $[a, b]$  and  $f(a) \neq f(b)$ , then it assumes every value between  $f(a)$  and  $f(b)$ .

(d)  $f(x) = x^2 - 5x + 6$ , ফলনৰ  $[2, 3]$  অন্তৰালত ৰোলৰ উপপাদ্যৰ প্ৰয়োগ আলোচনা কৰা।

3

Discuss the applicability of Rolle's theorem to  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  in  $[2, 3]$ .

অথবা /Or

$e^x$  ক মেক্লেৰিনৰ উপপাদ্যৰ সহায়ত বিস্তাৰ কৰা, য'ত শেষৰ পদটো হ'ব লাগ্ৰাঞ্জ আকাৰৰ।

Expand  $e^x$  by Maclaurin's theorem with Lagrange form of remainder.

8. (a) যদি  $f(x, y) = e^{x^2 + xy + y^2}$  হয়, তেন্তে  $\frac{\partial f}{\partial x}$  নিৰ্ণয় কৰা।

2

If  $f(x, y) = e^{x^2 + xy + y^2}$ , then find  $\frac{\partial f}{\partial x}$ .

(b) যদি  $f(x, y) = \sin^{-1} \frac{x^2 + y^2}{x + y}$  হয়, তেঁতে দেখুওঁৰা

$$\text{যে } x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = \tan f.$$

3

If  $f(x, y) = \sin^{-1} \frac{x^2 + y^2}{x + y}$ , then show that

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = \tan f$$

অথবা / Or

যদি  $u = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$  হয়, তেঁতে দেখুওঁৰা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

If  $u = \sin^{-1} \frac{x}{y} + \tan^{-1} \frac{y}{x}$ , then show that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

9. (a)  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$  হোঁৰাৰ চৰ্ত লিখা।

1

Write the condition when  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ .

(b) মান নির্ণয় করা :

5

Evaluate :

$$\int_0^{\pi} x \log \sin x \, dx$$

(c) মান নির্ণয় করা :

4

Evaluate :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^6 x \, dx$$

অথবা /Or

$y = \log \left( \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)$  বক্র 1 ব পরা 2 লৈ দৈর্ঘ্য নির্ণয়

করা ।

Find the length of the curve

$y = \log \left( \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)$  from 1 to 2.

★★★