

**2 0 1 5**

( May )

**MATHEMATICS**

( General )

Course : 201

**( Matrices, Ordinary Differential Equations and  
Numerical Analysis )**

*Full Marks : 80*

*Pass Marks : 32/24*

*Time : 3 hours*

*The figures in the margin indicate full marks  
for the questions*

**GROUP—A**

**( Matrices )**

*( Marks : 20 )*

1. (a) পাতনিৰ বিজ্ঞতাৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define nullity of a matrix.

(b) প্রমাণ কৰা যে ট্ৰেন্সপ'জ পাতনি আৰু মূল পাতনিৰ  
কোটি একে হ'ব। 3

Prove that the rank of transpose of a  
matrix is same as that of the original  
matrix.

- (c) তলৰ পাতনিটো ইচিলন আকাৰত প্ৰকাশ কৰি কোটি নিৰ্ণয় কৰা :

4

Find the rank of the following matrix by reducing it to echelon form :

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

2. (a) দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণকেইটা সংগত আৰু সিহঁতৰ সমাধান উলিওৱা :

5

Show that the following equations are consistent and find their solutions :

$$x - y + z = 2$$

$$3x - y + 2z = -6$$

$$3x + y + z = -18$$

অথবা / Or

সমাধান কৰা :

Solve :

$$3x + 4y - z - 6w = 0$$

$$2x + 3y + 2z - 3w = 0$$

$$2x + y - 14z - 9w = 0$$

$$x + 3y + 13z + 3w = 0$$

(b) তলৰ বৰ্গ পাতনিটোৰ পৰা অভিলক্ষণ বহুপদ ৰাশি  
নিৰ্ণয় কৰা :

2

Find the characteristic polynomial of the  
following square matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(c) দেখুওৱা যে প্ৰতিটো বৰ্গ পাতনিয়ে তাৰ নিজৰ অভিলক্ষণ  
সমীকৰণ সিদ্ধ কৰে ।

5

Show that every square matrix satisfies  
its own characteristic equation.

অথবা / Or

তলৰ পাতনিটোৰ অভিলক্ষণ মূল আৰু অনুৰূপ  
অভিলক্ষণ ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা :  $2+3=5$

Determine the characteristic roots and  
corresponding characteristic vectors of  
the following matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

GROUP—B

( Ordinary Differential Equations )

( Marks : 30 )

3. (a)  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  সমীকৰণটো যথার্থ অৱকলীয় সমীকৰণ হোৱাৰ আৱশ্যকীয় চৰ্ত লিখা। 1

Write the necessary condition for the equation  $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$  to be an exact differential equation.

- (b)  $x^2 \frac{dy}{dx} + y = x^3$  সমীকৰণৰ অনুঘটক লিখা। 1

Write the integrating factor of the equation

$$x^2 \frac{dy}{dx} + y = x^3$$

- (c)  $n$  টা ফলনৰ বনস্কিয়ানৰ সংজ্ঞা দিয়া। 2

Define Wronskian of  $n$  functions.

- (d) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 3

Solve any one :

(i)  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \sin x^2$

(ii)  $(x^3 + 3xy^2)dx + (y^3 + 3x^2y)dy = 0$

(e) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

3

Solve any one :

(i)  $y = px + p - p^2$

(ii)  $x = 4p + 4p^3$

4. (a) যি কোনো দুটাৰ সমাধান কৰা :

3×2=6

Solve any two :

(i)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 3y = 2e^{3x}$

(ii)  $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - y = \cos 2x$

(iii)  $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = x^2$

দিয়া আছে,  $x = 0; y = \frac{3}{8}$  আৰু  $\frac{dy}{dx} = 1$

Given,  $x = 0; y = \frac{3}{8}$  and  $\frac{dy}{dx} = 1$

(b) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা :

4

Solve any one :

(i)  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} + 4y = x^2$

(ii)  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$

5. [(a) আৰু (b)] অথবা (c) ৰ উত্তৰ কৰা :

Answer either [(a) and (b)] or (c) :

(a) যদি প্ৰথম-মাত্ৰাৰ অৱকলজ আঁতৰ কৰোতে

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

সমীকৰণটো  $\frac{d^2V}{dx^2} + Q_1V = R_1$  লৈ লঘুকৃত হয়; তেন্তে

$R_1$  ৰ মান লিখা।

If the equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

reduces to  $\frac{d^2V}{dx^2} + Q_1V = R_1$  by removing

the first-order derivative, then write the value of  $R_1$ .

(b) প্ৰথম-মাত্ৰাৰ অৱকলনীয় বাশি আঁতৰাই তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা :

Removing the first-order derivative, solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = e^x \sec x$$

(c) প্রাচল ভেদ নিয়মেৰে তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

Apply the method of variation of parameter to solve the following equation :

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} - (1 + x^2)y = x$$

6.  $\frac{d^2 y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$  সমীকৰণটোৰ স্বতন্ত্ৰ চলক সলনি

কৰি ৰূপান্তৰ কৰা; য'ত  $P$ ,  $Q$  আৰু  $R$  হৈছে  $x$  ৰ ফলন। 5

Transform the equation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + P \frac{dy}{dx} + Qy = R$$

by changing the independent variable; where  $P$ ,  $Q$  and  $R$  are the functions of  $x$ .

অথবা / Or

যদি  $y = x$ ;  $\frac{d^2 y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = x$  সমীকৰণৰ এটা

বিশেষ সমাধান; ইয়াৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা।

If  $y = x$  is a particular solution of

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - x^2 \frac{dy}{dx} + xy = x$$

find its general solution.

GROUP—C

( Numerical Analysis )

( Marks : 30 )

7. (a) সঁচা নে মিছা লিখা :

1

Write True or False :

নিউটন-ৰাফ্চন পদ্ধতিৰে সমীকৰণ সমাধান কৰোতে ফলনৰ অৱকলজ শূন্য হোৱা অনুচিত।

In solving an equation by Newton-Raphson method, the derivative of the function should not be zero.

(b) দ্বিভাজন পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটোৰ এটা বাস্তৱমূল দ্বিতীয় দশমিক স্থানলৈ শুদ্ধমান নিৰ্ণয় কৰা :

5

Find a real root of the following equation by bisection method correct to two places of decimal :

$$x \log_{10} x = 1.2$$

অথবা / Or

বীজগণিতীয় সমীকৰণ সমাধানৰ বাবে পুনৰুক্তি পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

Describe iteration method for solving an algebraic equation.



- (c) নিউটন-ৰাফ্চন পদ্ধতিৰ সহায়েৰে কোনো সংখ্যাৰ বৰ্গমূল উলিওৱাৰ সূত্র নিৰ্ণয় কৰা। 3

Obtain a formula to compute the square root of a number using Newton-Raphson method.

- (d) গাউছ অপনয়ন পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা : 6

Solve by Gauss elimination method :

$$x + 4y - z = -5$$

$$x + y - 6z = -12$$

$$3x - y - z = 4$$

অথবা / Or

একঘাত সমীকৰণ প্ৰণালী সমাধানৰ বাবে গাউছ-ছেইডেল পদ্ধতি বৰ্ণনা কৰা।

Describe the solution of system of linear equations by Gauss-Seidel method.

8. (a) অন্তৰ্বেশনৰ সংজ্ঞা দিয়া। 1

Define interpolation.

- (b) সচৰাচৰ চিহ্নেৰে দেখুওৱা যে  $\Delta \nabla = \Delta - \nabla$ . 2

With usual notations, show that

$$\Delta \nabla = \Delta - \nabla$$

(c) নিউটনৰ অধোগামী অন্তৰ্বেশন সূত্রটো প্রতিপন্ন কৰা।

5

Deduce Newton's backward interpolation formula.

অথবা / Or

দিয়া আছে :

$$\begin{aligned}\sin 45^\circ &= 0.7071, & \sin 50^\circ &= 0.7660, \\ \sin 55^\circ &= 0.8192, & \sin 60^\circ &= 0.8660\end{aligned}$$

তেন্তে  $\sin 52^\circ$  ৰ মান যি কোনো অন্তৰ্বেশন পদ্ধতিৰে নিৰ্ণয় কৰা।

Given :

$$\begin{aligned}\sin 45^\circ &= 0.7071, & \sin 50^\circ &= 0.7660, \\ \sin 55^\circ &= 0.8192, & \sin 60^\circ &= 0.8660\end{aligned}$$

Find  $\sin 52^\circ$ , by using any method of interpolation.

9. (a) সমদূৰৱৰ্তী কোটিৰ বাবে সাধাৰণ ক্ষেত্ৰফলন সূত্রটো নিৰ্ণয় কৰা আৰু ট্ৰেপিজইডেল সূত্রটো প্রতিপন্ন কৰা।  $3+2=5$

Find the general quadrature formula for equidistant ordinates and deduce the trapezoidal rule.

অথবা / Or

চিম্পচনৰ  $\frac{1}{3}$  পদ্ধতিটো প্ৰয়োগ কৰি  $\int_2^3 x^2 dx$  ৰ মান

নিৰ্ণয় কৰা।

5

Find the value of  $\int_2^3 x^2 dx$  by Simpson's

$\frac{1}{3}$ -rd rule.

(b) লাগ্ৰাঞ্জৰ অন্তৰ্বেশন সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি তলৰ তালিকাখনৰ  
পৰা  $f(x)$  নিৰ্ণয় কৰা :

2

Find  $f(x)$  by using Lagrange's  
interpolation formula from the following  
table :

$x$	:	0	1	2	5
$f(x)$	:	2	3	12	147

\*\*\*

www.prepnext.com